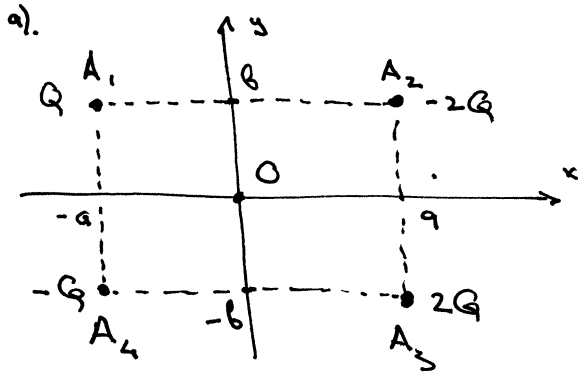


Exercice 1



b). Plans de symétrie:

- plan  $xy$

Plans d'antisymétrie:

- plan  $xz$  (passant par l'axe  $ox$  et orthogonal au plan  $xy$ ).

c). plan  $xy$  de symétrie  $\Rightarrow \vec{E}(O) \in \text{plan } xy$   
 plan  $xz$  d'antisymétrie  $\Rightarrow \vec{E}(O) \perp \text{plan } xz$   
 $\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \vec{E}(O) \parallel \text{axe } Oy \end{array} \right\}$

d).  $\vec{E}_{Q \text{ en } A_1}(O) = kQ \frac{\vec{A_1O}}{|\vec{A_1O}|^3} = \frac{kQ}{d^3} \vec{A_1O}$   
 $\vec{E}_{-2Q \text{ en } A_2}(O) = k(-2Q) \frac{\vec{A_2O}}{|\vec{A_2O}|^3} = -\frac{2kQ}{d^3} \vec{A_2O}$   
 $\vec{E}_{2Q \text{ en } A_3}(O) = k(2Q) \frac{\vec{A_3O}}{|\vec{A_3O}|^3} = \frac{2kQ}{d^3} \vec{A_3O}$   
 $\vec{E}_{-Q \text{ en } A_4}(O) = k(-Q) \frac{\vec{A_4O}}{|\vec{A_4O}|^3} = -\frac{kQ}{d^3} \vec{A_4O}$

Donc

$$\vec{E}(O) = \vec{E}_{Q \text{ en } A_1}(O) + \vec{E}_{-2Q \text{ en } A_2}(O) + \vec{E}_{2Q \text{ en } A_3}(O) + \vec{E}_{-Q \text{ en } A_4}(O) =$$

$$= \frac{kQ}{d^3} (\vec{A_1O} - 2\vec{A_2O} + 2\vec{A_3O} - \vec{A_4O})$$

D'autre part:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{A_1O} = (a, -b) \\ \vec{A_2O} = (-a, -b) \\ \vec{A_3O} = (-a, b) \\ \vec{A_4O} = (a, b) \end{array} \right\} \rightarrow \vec{E}(O) = \frac{kQ}{d^3} [(a, -b) - (-2a, -2b) + (-2a, 2b) - (a, b)] =$$

$$= \frac{kQ}{d^3} (a+2a-2a-a, -b+2b+2b-b) =$$

$$= \frac{kQ}{d^3} (0, 2b) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Qb}{d^3} \vec{e}_y.$$

e).  $\varphi(O) = k \frac{Q}{|\vec{A_1O}|} + k \frac{(-2Q)}{|\vec{A_2O}|} + k \frac{(2Q)}{|\vec{A_3O}|} + k \frac{(-Q)}{|\vec{A_4O}|} = \frac{k}{d} (Q - 2Q + 2Q - Q) = 0$

## Exercice 3

1). Symétries continues:

- rotatoires autour de l'axe  $Oz$
- translation le long de l'axe  $Oz$

a). en coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$   
les composantes de  $\vec{E}$  ne dépendent que de  $\rho$  (on notera la densité volumique des charges par  $\rho$  pour ne pas confondre)

b). Plans de symétries:

- tous les plans passant par l'axe  $Oz$
- tous les plans orthogonaux à l'axe  $Oz$

en un point  $M$  quelconque  $\vec{E}(M) \parallel \vec{e}_\rho$

Dans la forme de  $\vec{E}$ :

$$\vec{E}(M) = f(\rho) \vec{e}_\rho$$

↑  
une fonction inconnue pour l'instant

c). Si  $M \in Oz \Rightarrow$  l'intersection des plans de symétrie passant par  $M =$  point  $M$

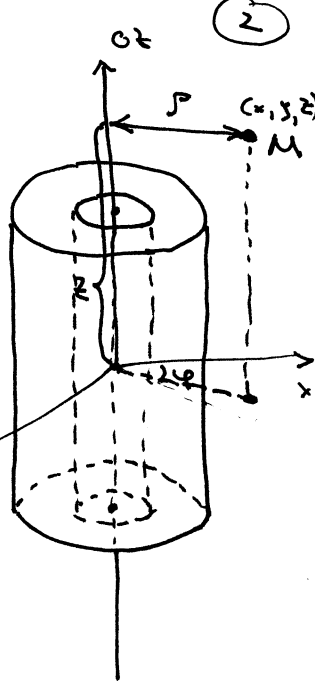
Donc, dans ce cas  $\vec{E}(M) = \vec{0}$ .

2). a) Surfaces de Gauss: cylindre de même axe, de hauteur  $h$  et de rayon  $\rho$ .

- le flux à travers les cercles = 0 car  $\vec{E}(M) \perp Oz$  pour tout  $M$
- sur la circonférence, la direction de  $\vec{E}$  coïncide avec celle de la normale à la surface, d'où

$$(1) \quad \Phi = \int_{\text{circonférence}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int E \cdot dS = E \cdot S = E \cdot 2\pi\rho h.$$

↑  
car le module de  $\vec{E}$  est constant sur la circonférence



D'après le thm de Gauss

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int. de } S}}{\epsilon_0}$$

L'expression pour  $Q_{\text{int. de } S}$  sera différente en fonction de la valeur de  $\rho$ . Notamment,

$$(2) \quad Q_{\text{int. de } S} = \begin{cases} \nu(\pi R_2^2 - \pi R_1^2) h & \text{si } \rho > R_2 \\ \nu(\pi \rho^2 - \pi R_1^2) h & \text{si } R_1 < \rho < R_2 \\ 0 & \text{si } \rho < R_1 \end{cases}$$

En comparant (1) et (2), on trouve

$$f(\rho) = \begin{cases} \frac{\nu(R_2^2 - R_1^2)}{2\rho\epsilon_0} & \text{si } \rho > R_2 \\ \frac{\nu(\rho^2 - R_1^2)}{2\rho\epsilon_0} & \text{si } R_1 < \rho < R_2 \\ 0 & \text{si } \rho < R_1 \end{cases}$$

b). On constate que le champ (la fonction  $f(\rho)$ ) est constant à la traversée des surfaces intérieure et extérieure.

